

Baccalauréat blanc – Entraînement à distance

Nom :

Prénom :



4h

Note :

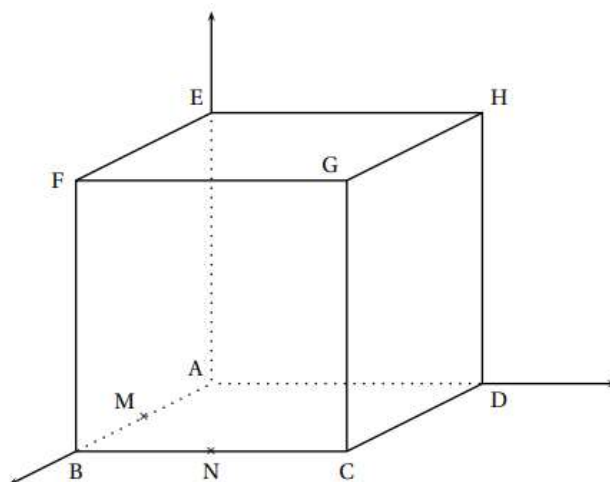
20

Consignes :

- Le candidat traitera **trois** des quatre exercices proposés
- Les exercices peuvent être traités dans l'ordre souhaité.
- La calculatrice est autorisée.
- Le candidat renverra avant 13h00 le 29/04/2022 par mail ou TEAMS, sa copie en un seul fichier au format PDF.
- Une correction personnalisée sera proposée avant lundi 2 mai 2022, 18h00.
- Le corrigé du sujet sera envoyé à 13h00 le jour-même.

Observations:

Exercice n°1: Géométrie dans l'espace – 7 points



Soit $ABCDEFGH$ un cube. M est le milieu de $[AB]$ et N est le milieu de $[BC]$. Dans tout l'exercice, on se place dans le repère orthonormé $(A, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AE})$.

- 1] Donner les coordonnées des points M et E .
- 2] Justifier que les coordonnées du point N sont $(1; \frac{1}{2}; 0)$.
- 3] Montrer que le vecteur $\vec{n} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}$ est un vecteur normal du plan (MNE) .
- 4] Montrer alors qu'une équation cartésienne du plan (MNE) est :
$$x - y + \frac{1}{2}z - \frac{1}{2} = 0$$
- 5] Le point H appartient-il au plan (MNE) ?

Soit (d) la droite passant par H et perpendiculaire au plan (MNE) .

- 6] Montrer qu'une équation paramétrique de la droite (d) est :

$$\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + \frac{1}{2}t \end{cases} \quad t \in \mathbb{R}$$

- 7] Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (d) et du plan (MNE) .

On considère maintenant le tétraèdre $MNEH$. On rappelle que le volume d'un tétraèdre est obtenu par la formule :

$V = \frac{1}{3} \times B \times h$ où B est la base et h est la hauteur.

- 8] Sachant que l'aire du triangle MNE est 0,38.
Déterminer le volume de du tétraèdre $MNEH$.

Exercice n°2 - Fonction ln, suites numériques – 7 points

Dans cet exercice, les deux parties sont indépendantes, cependant les résultats de la partie A peuvent être utilisés pour la partie B.

Partie A :

Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = x - \ln(x - 1)$.

1] Calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. On admettra que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

2] Soit f' la fonction dérivée de la fonction f .

Montrer que pour tout $x \in]1; +\infty[$: $f'(x) = \frac{x-2}{x-1}$

3] En déduire le tableau de variations complet de la fonction sur $]1; +\infty[$.

4] En déduire que pour tout $x \in]1; +\infty[$: $f(x) \geq 2$

Partie B :

Dans cette partie on cherche à étudier la suite u définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$ où la fonction f est la fonction définie dans la partie A.

Les résultats établis partie A peuvent être utilisés dans cette partie.

1] Calculer u_1 .

2] Montrer par récurrence, que pour tout entier naturel n : $u_n \geq 2$.

3] Montrer que la suite u est décroissante.

4] En déduire que la suite u est convergente. On notera l sa limite.

5] Déterminer la valeur de l .

6] On considère l'algorithme suivant :

```
from math import *
def seuil(k):
    u=10
    n=0
    while u-2>10**(-k):
        u=u-log(u-1)
        print(u)
        n=n+1
    return(n)
```

On rappelle que $\log$ désigne la fonction logarithme népérien en Python.

Quelle valeur renverra la commande « `seuil(1)` » ?

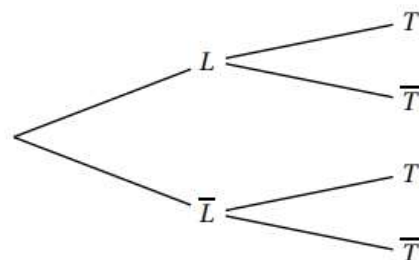
Exercice n°3 : Probabilités – 7 points

On s'intéresse à l'utilisation de l'application TikTok chez les adolescents. On considère que 35% des adolescents sont des lycéens, parmi eux 80% utilisent l'application. Chez les adolescents n'étant pas au lycée 70% utilise l'application.

On notera L l'évènement « *l'adolescent est un lycéen* » et T l'évènement « *l'adolescent utilise l'application TikTok* ».

On notera $\bar{L}$ et $\bar{T}$ les évènements contraires des évènements L et T .

1] Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant :



2] Déterminer la probabilité qu'un adolescent soit lycéen et utilise l'application.

3] Montrer que la probabilité qu'un adolescent utilise l'application est $P(T) = 0,735$

4] On choisit une personne utilisant l'application, quelle est la probabilité que cette personne soit un lycéen ?

On réalise un sondage concernant l'utilisation de l'application chez les adolescents. On choisit et interroge au hasard 50 personnes. L'ensemble des adolescents sélectionnés pour le sondage est suffisamment important pour assimiler ces choix à des tirages avec remise.

On appellera X la variable aléatoire dénombrant le nombre d'utilisateurs de l'application parmi les 50 adolescents.

5] Déterminer, en justifiant, la loi de X et préciser ses paramètres.

6] Calculer $P(X = 30)$.

7] L'affirmation : « il y a 25 % de chance pour que, parmi les 50 adolescents au moins 40 utilise l'application » est-elle correcte ? Justifier.

8] Quel est le nombre moyen d'utilisateurs de l'application dans un groupe de 50 adolescents ?

On réalise maintenant le sondage auprès de n adolescents dans les mêmes conditions que précédemment. X suit donc une loi binomiale de paramètre : $X \sim B(n; 0,735)$.

9] Exprimer $P(X = n)$ en fonction de n .

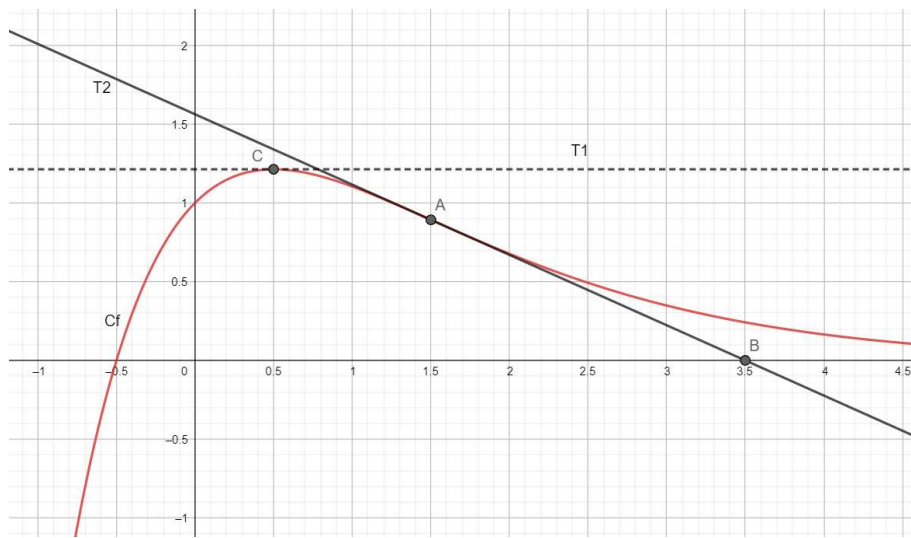
10] Déterminer à partir de combien d'adolescents interrogés $P(X = n) \leq 0,02$.

Exercice n°4 : Fonction exponentielle, convexité – 7 points

Soit f une fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$, f' représente la fonction dérivée de la fonction f .

Une représentation graphique de la fonction f dans un repère orthonormé est la courbe C_f donnée ci-dessous.

Partie A :



La droite (T_1) est la tangente à la courbe C_f au point C d'abscisse $0,5$. La droite (T_2) est la tangente à la courbe C_f au point A de coordonnées $(1,5 ; 0,89)$.

- 1] Déterminer graphiquement $f(0)$.
- 2] Déterminer $f'(0,5)$. Justifier.
- 3] Déterminer $f'(1,5)$. (Arrondir à 10^{-2} près)
- 4] Déterminer graphiquement sur quel intervalle la fonction f semble concave.

Partie B :

La fonction f précédemment étudiée est défini pour tout nombre réel x par

$$f(x) = (2x + b)e^{-x} \text{ où } b \text{ est un nombre réel et } f(0) = 1.$$

- 1] Exprimer $f(0)$ en fonction de b et montrer que : $b = 1$.
- 2] Déterminer la limite de la fonction en $-\infty$.
- 3] Montrer pour tout réel x : $f(x) = \frac{2x}{e^x} + e^{-x}$.

En déduire la limite de la fonction en $+\infty$.

4] Montrer que pour tout réel x : $f'(x) = (-2x + 1)e^{-x}$

5] Etudier les variations de f sur son ensemble de définition.

Soit m un nombre réel.

6] Déterminer selon la valeur de m le nombre de solutions à l'équation : $f(x) = m$.
Justifier.

7] Déterminer une équation de la tangente au point d'abscisse 0.

On admet que pour tout réel x : $f''(x) = (2x - 3)e^{-x}$.

8] Etudier la convexité de la fonction f sur son ensemble de définition.