

Stage de révisions

Spécialité : Mathématiques

Thème : Algorithmique et Python

Exercice 1 : Extrait de baccalauréat Asie 08 juin 2021

La question est un QCM avec une seule bonne réponse.

On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et, pour tout entier naturel n ,
 $u_{n+1} = 0,75u_n + 5$.

On considère la fonction « seuil » suivante écrite en Python :

```
def seuil :  
    u = 2  
    n = 0  
    while u < 45 :  
        u = 0,75*u + 5  
        n = n+1  
    return n
```

Cette fonction renvoie :

- A. la plus petite valeur de n telle que $u_n \geq 45$;
- B. la plus petite valeur de n telle que $u_n < 45$;
- C. la plus grande valeur de n telle que $u_n \geq 45$.

Exercice 2 : Extrait de baccalauréat métropole 13 septembre 2021

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$ par :

$$f(x) = \frac{4x}{1+3x}$$

On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = f(u_n)$.

1. Calculer u_1 .

2. On admet que la fonction f est croissante sur l'intervalle $\left]-\frac{1}{3}; +\infty\right[$.

a. Montrer par récurrence que, pour tout entier naturel n , on a : $\frac{1}{2} \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 2$.

b. En déduire que la suite (u_n) est convergente.

c. On appelle ℓ la limite de la suite (u_n) . Déterminer la valeur de ℓ .

3. a. Recopier et compléter la fonction Python ci-dessous qui, pour tout réel positif E , détermine la plus petite valeur P tel que : $1 - u_P < E$.

```
def seuil(E) :  
    u = 0,5  
    n = 0  
    while .....  
        u = .....  
        n = n + 1  
    return n
```

b. Donner la valeur renvoyée par ce programme dans le cas où $E = 10^{-4}$.

Exercice 3 : Extrait de baccalauréat Asie 07 juin 2021

En 2020, une influenceuse sur les réseaux sociaux compte 1 000 abonnés à son profil. On modélise le nombre d'abonnés ainsi : chaque année, elle perd 10 % de ses abonnés auxquels s'ajoutent 250 nouveaux abonnés.

Pour tout entier naturel n , on note u_n le nombre d'abonnés à son profil en l'année $(2020 + n)$, suivant cette modélisation. Ainsi $u_0 = 1\,000$.

1. Calculer u_1 .
2. Justifier que pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,9u_n + 250$.
3. La fonction Python nommée « suite » est définie ci-dessous. Dans le contexte de l'exercice, interpréter la valeur renvoyée par suite(10).

```
def suite( n ) :  
    u = 1 000  
    for i in range(n) :  
        u = 0,9*u + 250  
    return u
```

Exercice 4 : Extrait « fictif » de baccalauréat métropole 15 mars 2021

Soit (r_n) une suite définie par $r_0 = 1$ et $r_{n+1} = \frac{2+r_n}{1+r_n}$. On admet que (r_n) tend vers $\sqrt{2}$.

On considère le programme suivant écrit en langage Python :

```
def seuil() :  
    n = 0  
    r = 1  
    while abs(r-sqrt(2)) > 10**(-4) :  
        r = (2+r)/(1+r)  
        n = n+1  
    return n
```

(abs désigne la valeur absolue, sqrt la racine carrée et $10^{**}(-4)$ représente 10^{-4}).

La valeur de n renvoyée par ce programme est 5.

À quoi correspond-elle ?

Autre question (hors extrait) :

Que renvoie le programme si on remplace $10^{**}(-4)$ par 0.005 ?

Exercice 5 : Extrait de baccalauréat Antilles-Guyane 9 septembre 2020

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse, en justifiant la réponse.

Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

On considère l'algorithme suivant :

Affirmation 1 :

A la fin de l'exécution, la variable U contient la valeur 5000.

$U \leftarrow 5$
$N \leftarrow 0$
Tant que $U \leq 5000$
$U \leftarrow 3 \times U - 8$
$N \leftarrow N + 1$
Fin Tant que

Autres questions (hors extrait) :

La suite (u_n) de l'algorithme est définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 3u_n - 8$.

On suppose que sa limite est finie.

Affirmation 2 :

Il est possible de remplacer 5000 par n'importe quelle valeur, la boucle s'arrêtera à un moment.

On admet que sa limite est plus l'infini.

Affirmation 3 :

Si on remplace 5000 par 50, alors à la fin de l'exécution, la variable N contient la valeur 3.

Exercice 6 : Extrait de baccalauréat centre étrangers-Pondichéry 13 juin 2019

Le but de cet exercice est d'étudier la suite (u_n) définie par la donnée de son premier terme u_1 et, pour tout entier naturel n supérieur ou égal à 1, par la relation :

$$u_{n+1} = (n+1)u_n - 1.$$

1. Vérifier, en détaillant le calcul, que si $u_1 = 0$ alors $u_4 = -17$.
2. Recopier et compléter l'algorithme ci-dessous pour qu'en saisissant préalablement dans U une valeur de u_1 il calcule les termes de la suite (u_n) de u_2 à u_{13} .

Pour N allant de 1 à 12
$U \leftarrow$
Fin Pour

Exercice 7 : Extrait de Nouvelle Calédonie 29 novembre 2019 (balayage)

x	0	x_0	$+\infty$
Variations de la fonction g			

On considère une fonction g dont le tableau de variations est donné ci-contre. On admet que $g(x_0) > 0$

Recopier et approcher au $g(x) = 0$.

```

x = x0
while .....
    x = .....
print(...)
    
```

compléter l'algorithme ci-contre pour qu'il affiche une valeur millièmme de la solution strictement positive de l'équation

Exercice 8 : Extrait de baccalauréat Antilles-Guyane 9 septembre 2019

On considère la suite (U_n) définie par $U_0 = \frac{1}{2}$ et, pour tout entier naturel n ,

$$U_{n+1} = \frac{2U_n}{1 + U_n}.$$

1. Calculer U_1 que l'on écrira sous la forme d'une fraction irréductible.
2. Démontrer par récurrence que, pour tout entier naturel n ,

$$U_n = \frac{2^n}{1 + 2^n}.$$

3. On considère les trois algorithmes suivants dans lesquels les variables n , p et u sont du type nombre. Pour un seul de ces trois algorithmes la variable u ne contient pas le terme U_n en fin d'exécution.

Déterminer lequel en justifiant votre choix.

Algorithme 1 $u \leftarrow \frac{1}{2}$ $i \leftarrow 0$ Tant que $i < n$ $u \leftarrow \frac{2u}{u+1}$ $i \leftarrow i+1$ Fin Tant que	Algorithme 2 $u \leftarrow \frac{1}{2}$ Pour i allant de 0 à n $u \leftarrow \frac{2u}{u+1}$ Fin Pour	Algorithme 3 $p \leftarrow 2^n$ $u \leftarrow \frac{p}{p+1}$
--	--	---

Exercice 9 : Extrait de baccalauréat métropole 22 juin 2018 (dichotomie)

On considère l'algorithme suivant où les variables a , b et m sont des nombres réels :

```
Tant que  $b - a > 0,1$  faire :  
     $m \leftarrow \frac{a+b}{2}$   
    Si  $e^m + e^{-m} - 4m - 2 > 0$ , alors :  
         $b \leftarrow m$   
    Sinon :  
         $a \leftarrow m$   
    Fin Si  
Fin Tant que
```

- a. Avant l'exécution de cet algorithme, les variables a et b contiennent respectivement les valeurs 2 et 3.

Que contiennent-elles à la fin de l'exécution de l'algorithme ?

On justifiera la réponse en reproduisant et en complétant le tableau ci-contre avec les différentes valeurs prises par les variables, à chaque étape de l'algorithme.

m	a	b	$b - a$
	2	3	1
2,5			
...	...	...	